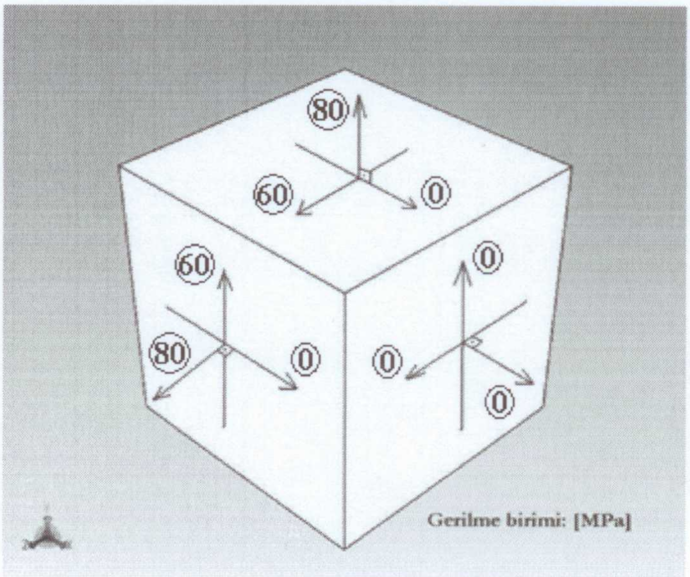
Öğrenci Adı Soyadı: TOBB ETÜ Tarih: ~~3~~ 4 Kasım '08

Makine MÜH.liği Bölümü Makine Elemanları-1

KISA SINAV-2



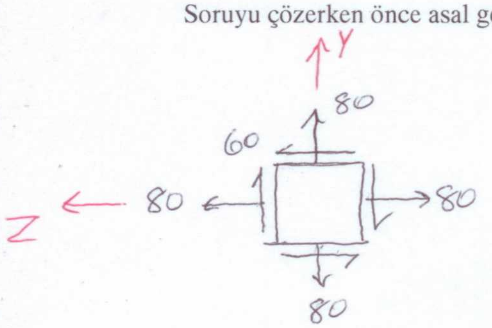
1. Şekildeki küp bir noktadaki gerilme durumunu temsilen çizilmiştir. Farklı yüzeylerdeki yüzey gerilme vektörü bileşenleri oklarla gösterilmiştir. Yüzeye yatay oklar kayma dikey olanlarsa normal gerilme bileşenlerini göstermektedir. Gerilme bileşenleri değerleri ilgili okun yanındaki çemberin içinde gösterilmiş olup küpün görülmeyen yüzeylerinde de görünenleri dengeleyici tarzda gerilmeler mevcuttur. Bu gerilme durumu için

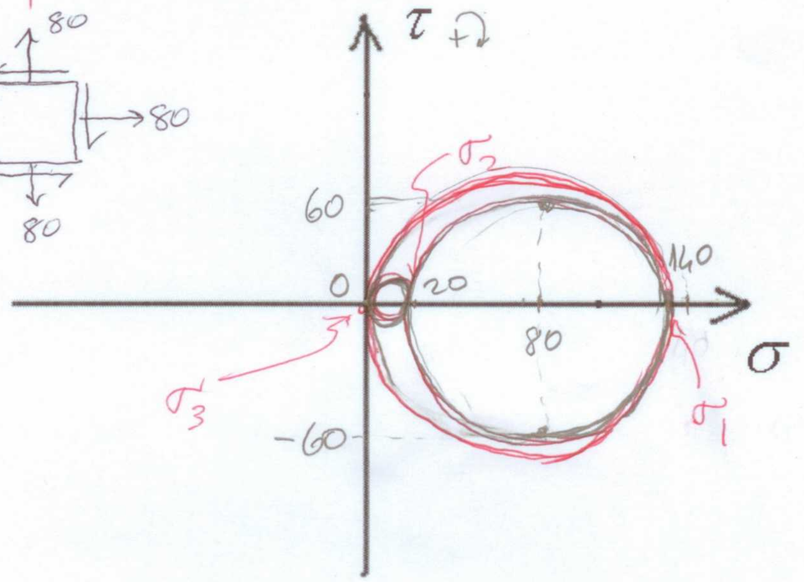
a) Maksimum Kayma Gerilmesi (Tresca)

b) Kayma Enerjisi (von Mises)

Teorilerine göre "gerilmelerle yüklemeler arasında lineer bir ilşki" olduğunu varsayarak emniyet katsayısını geometrik ya da analitik geometrik yolla bulunuz. Malzemenin akma dayanımının $S_y = 350$ MPa olduğunu varsayınız.

Soruyu çözerken önce asal gerilmeleri Mohr Çemberi çizerek hesaplayınız.





$\sigma_1 = 140$

$\sigma_2 = 20$

$\sigma_3 = 0$

Asal Gerilmeler (ilgili yüzeydeki kayma gerilmelerinin sıfır olduğundaki normal gerilme değerleri)

$\sigma_1 = 140$

$\sigma_2 = 20$ [MPa]

$\sigma_3 = 0$

Ardından aşağıdaki grafiğe hasar teorileri çizgilerini yerleştirdikten sonra gerilme durumunu grafikte ilgili dördüle(kuadranta) nokta olarak yerleştiriniz. Orijinle gerilme durumunu temsil eden noktayı

Formüller → Shigley&Mischke, Mechanical Engineering Design, 5th ed., 1989, McGraw-Hill;
Teknik resimler → SolidWorks2007; Grafik çizgileri → MS Paint; Yazılar → MS Word2007
Yrd. Doç. Dr. M. A. Güler ve L. Sözen'in katkılarıyla hazırlanmıştır.

Y. F. Gülver

-1/5

Öğrenci Adı Soyadı:

TOBB ETÜ
Makine MÜH.liği Bölümü Makine Elemanları-1
KISA SINAV-2

Tarih: 3 Kasım '08

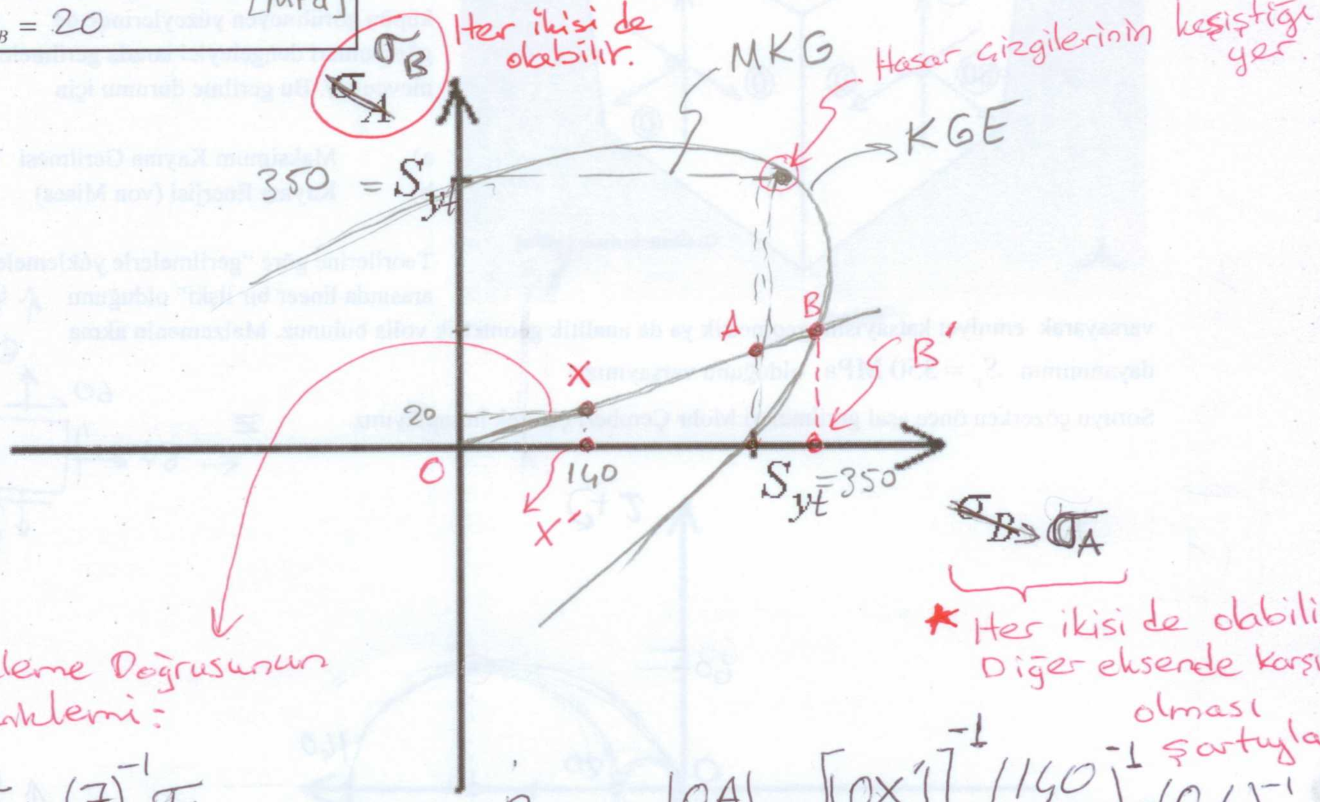
4

birleştirerek yükleme doğrusunu elde ediniz ve Thales teoremini (veya benzer üçgenler) kullanarak emniyet katsayılarını her bir teori için bulunuz.

Maksimum Kayma Gerilmesi Çizgisi $\rightarrow$ $\sigma_A = S_y$ veya $\sigma_B = S_y$

Maksimum Kayma Enerjisi Çizgisi $\rightarrow$ $\sqrt{\sigma_A^2 - \sigma_A\sigma_B + \sigma_B^2} = S_y$

$\sigma_A = 140$ [MPa]
$\sigma_B = 20$



* Her ikisi de olabilir; Diğer eksende karşılığı olması şartıyla.

Yükleme Doğrusunun Denklemi:

(1) $\sigma_B = (7)^{-1}\sigma_A$

$$n_{mkg} = \frac{|OA|}{|OX|} = \left[\frac{|OX'|}{S_{yt}}\right]^{-1} = \left(\frac{140}{350}\right)^{-1} = (0.4)^{-1} = 2.5$$

$|OB'|$ uzunluğu: KGE çizgisinin verilen denkleminde (1) nolu denklemden elde ettiğimiz σ_B''yı yerine koyup σ_A''yı hesaplarsak:

$$n_{kge} = \frac{|OB|}{|OX|} = \frac{|OB'|}{|OX'|} = \frac{373.6}{140} = 2.7$$

$$\sigma_A^2 - \frac{1}{7}\sigma_A^2 + \frac{1}{49}\sigma_A^2 = 350^2 \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{7} + \frac{1}{49}\right)\sigma_A^2 = 350^2$$

$$\sigma_A^2 = \frac{49}{43} 350^2$$

$$\sigma_A = 7 \cdot 350 \cdot \frac{1}{\sqrt{43}}$$

$$\boxed{\sigma_A = 373.6 = \sigma_B'}\ [\text{MPa}]$$

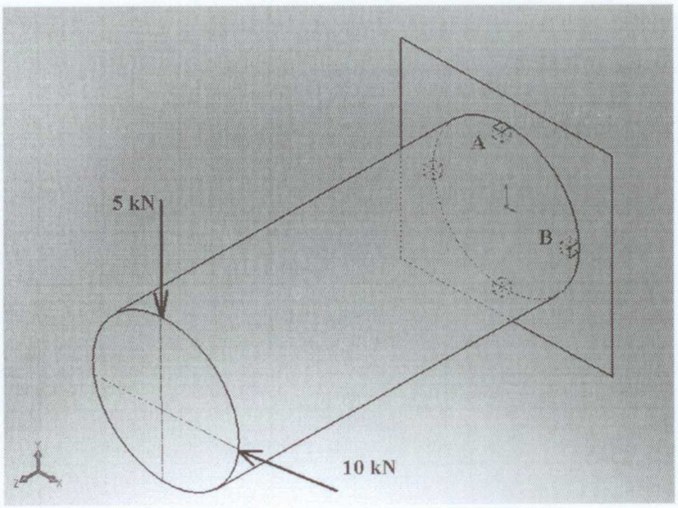
Emniyet katsayıları=	
	Maksimum Kayma Gerilmesi $\rightarrow n_{mkg}$ = 2.5
	Kayma Gerilmesi Enerji $\rightarrow n_{kge}$ = 2.7

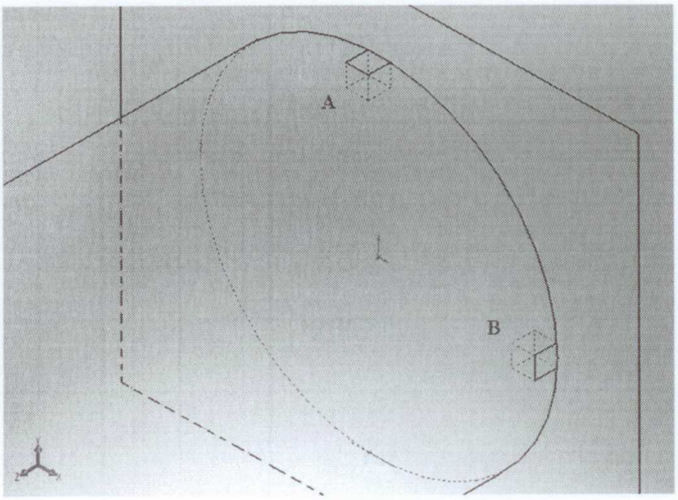
Formüller → Shigley&Mischke, Mechanical Engineering Design, 5th ed., 1989, McGraw-Hill;
Teknik resimler → SolidWorks2007; Grafik çizgileri → MS Paint; Yazılar → MS Word2007
Yrd. Doç. Dr. M. A. Güler ve L. Sözen'in katkılarıyla hazırlanmıştır.

* $\sigma_A = \sigma_B$ doğrusuna göre hasar çizgileri simetrik olduğundan dolayı.

Y. F. Gülver

0/5





2. Şekilde verilen Ø20 mm çaplı 100 mm uzunluğunda silindir kiriş gösterilen yönlerde 5 kN ve 10 kN büyüklüğünde kayma yüküne maruz kalmaktadır. Bu yükleme şartları altında :

a) A ve B noktalarında oluşacak gerilme durumunu o noktalarda büyütülerek çizilmiş ve gerilme durumunu temsil eden küplerin yüzeylerine gerilme bileşenlerini takip eden sayfadaki şekiller üzerine çizerek gösteriniz.

b) A ve B noktasındaki gerilme bileşenlerinin değerini hesaplayınız.

c) Silindir üzerindeki hangi nokta mukavemet açısından daha kritiktir.

d) Belirlediğiniz kritik noktadaki asal gerilmeleri Mohr çemberi kullanarak bulunuz.

e) Kritik nokta için Malzemenin akma mukavemeti $S_{yt} = |S_{yc}| = 1.4\,G\text{Pa}$, $S_{ut} = 1.6\,G\text{Pa}$ ve kendisi sünek kabul edildiğinde;

Bu yükleme şartları altında en emniyetli emniyet katsayısı nedir (bilinen hasar teorilerine gore en emniyetli teoriyi uygulayınız)?

$$\sigma_{eğilme} = \frac{Mc}{I}, \qquad I = \frac{\pi d^4}{64};$$

$$\tau_{burma} = \frac{Tc}{J}, \qquad J = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$\tau_{kayma} = \frac{4V}{3A}.$$

Maksimum Kayma Gerilmesi $\rightarrow$ $\tau_{\max} = \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \dfrac{S_y}{2n}$

Maksimum Kayma Enerjisi $\rightarrow$ $\sqrt{\dfrac{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2}{2}} = \dfrac{S_y}{n}$

Coulomb-Mohr $\rightarrow$ $\left|\begin{array}{l} \sigma_A = \dfrac{S_{ut}}{n},\ \textit{Birinci dördülde;} \\ \dfrac{\sigma_A}{S_{ut}} - \dfrac{\sigma_B}{S_{uc}} = \dfrac{1}{n},\ \textit{Dördüncü dördülde, } S_{uc}: \textit{pozitif}, \sigma_B \le \sigma_A. \end{array}\right.$

Formüller → Shigley&Mischke, Mechanical Engineering Design, 5th ed., 1989, McGraw-Hill;
Teknik resimler→ SolidWorks2007; Grafik çizgileri→ MS Paint; Yazılar→ MS Word2007
Yrd. Doç. Dr. M. A. Güler ve L. Sözen'in katkılarıyla hazırlanmıştır.

Öğrenci Adı Soyadı: TOBB ETÜ Tarih: 3 Kasım '08

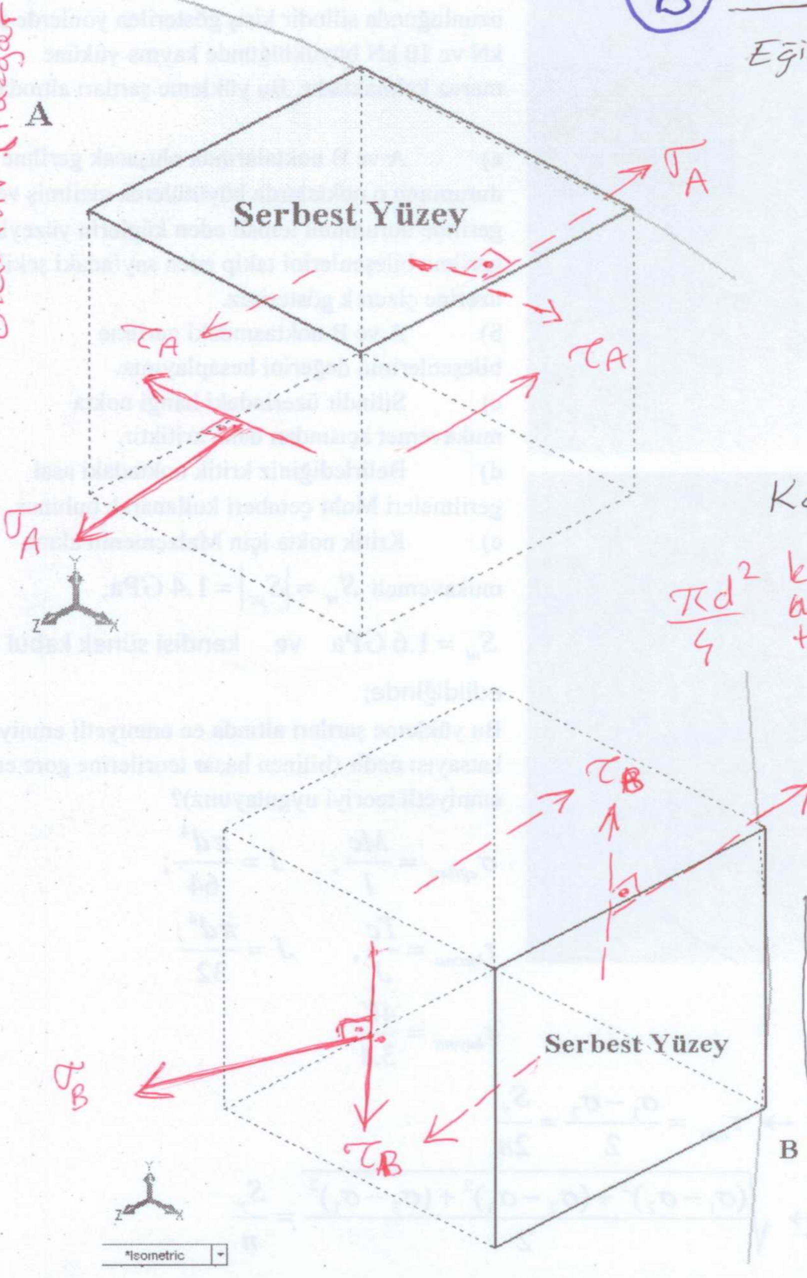
Makine MÜH.liği Bölümü Makine Elemanları-1

KISA SINAV-2

4

a

Dikkat: Serbest Yüzeylerde Stresler Sıfırdır; Olsa olsa ancak ve atmosfer basıncı olabilir (rüzgâr yoksa)



b

A Noktası

Eğilme: $\sigma_A = \dfrac{(nM)\cdot c}{I}$, $c = \dfrac{d}{2}$

$= \dfrac{32(n\cdot M)}{\pi d^3}$

$= \dfrac{32\,[n\cdot(5\times10^3)\,0.1]}{\pi\cdot(20\cdot10^{-3})^3}$

$= \dfrac{2\times10^9}{\pi}\,n$ [Pa]

Kayma: $\tau_A = \dfrac{4(V\cdot n)}{3A} = \dfrac{16}{3}\dfrac{(V\cdot n)}{\pi d^2}$

$\dfrac{\pi d^2}{4}$ kesit alanın tamamı

$= \dfrac{16\,(10\cdot10^3\cdot n)}{3\,\pi\,(20\cdot10^{-3})^2}$

$= \dfrac{0.133}{\pi}\times10^9\cdot n$

B Noktası

Yükler birbirinin iki katı olduğundan ve lineer yükle gerilme doğru orantılı kabul edildiğinden A noktası için bulduğumuz gerilme sonuçlarından B'dekileri şöyle bulabiliriz:

Eğilme: $\sigma_B = 2\,\sigma_A = \dfrac{4\times10^9}{\pi}\cdot n$

Kayma: $\tau_B = \dfrac{1}{2}\tau_A = \dfrac{0.0667}{\pi}\times10^9\cdot n$

c Dikkat edilirse eğilme kaynaklı normal stresler kayma gerilmelerinin 15 ve 60 katı çıkmakta; dolayısıyla kritik noktayı belirlerken sadece eğilme kaynaklı streslerin büyüklüğüne bakabiliriz. B noktasındaki eğilme stresi A'dakinin 2 katı olduğu için B noktası daha kritiktir. Sadece iki noktayı A ile B'yi kıyaslarsak.

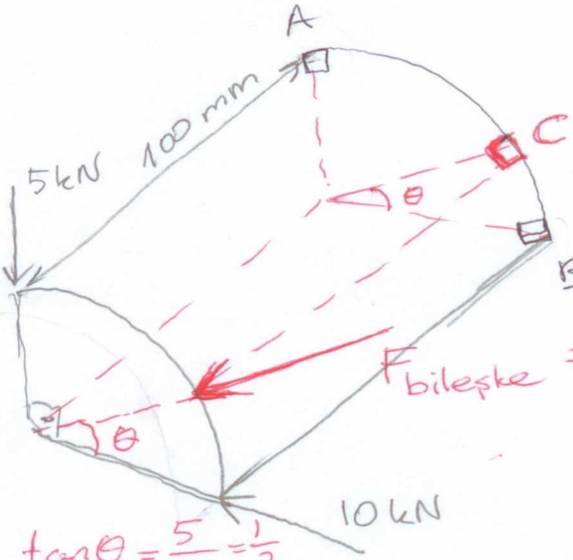
Formüller → Shigley&Mischke, Mechanical Engineering Design, 5th ed., 1989, McGraw-Hill;
Teknik resimler → SolidWorks2007; Grafik çizgileri → MS Paint; Yazılar → MS Word2007
Yrd. Doç. Dr. M. A. Güler ve L. Sözen'in katkılarıyla hazırlanmıştır.

Y. F. Gülver

2/5

C-devam

Bütün silindiri düşündüğümüzde; eğilme kaynaklı stresin maksimum olacağı yer aslında duvar kesitindeki düzlemde A ile B arasındaki C noktasında olacaktır. Bu nedenle asıl kritik nokta "C" dir. ∴ C noktası uygulanan Yüklerin bileşkesinin olduğu hizada olacaktır



$F_{bileşke} = \sqrt{10^2+5^2} = 11.180\ [kN]$

$\tan\theta = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

d

C noktası (kritik nokta)

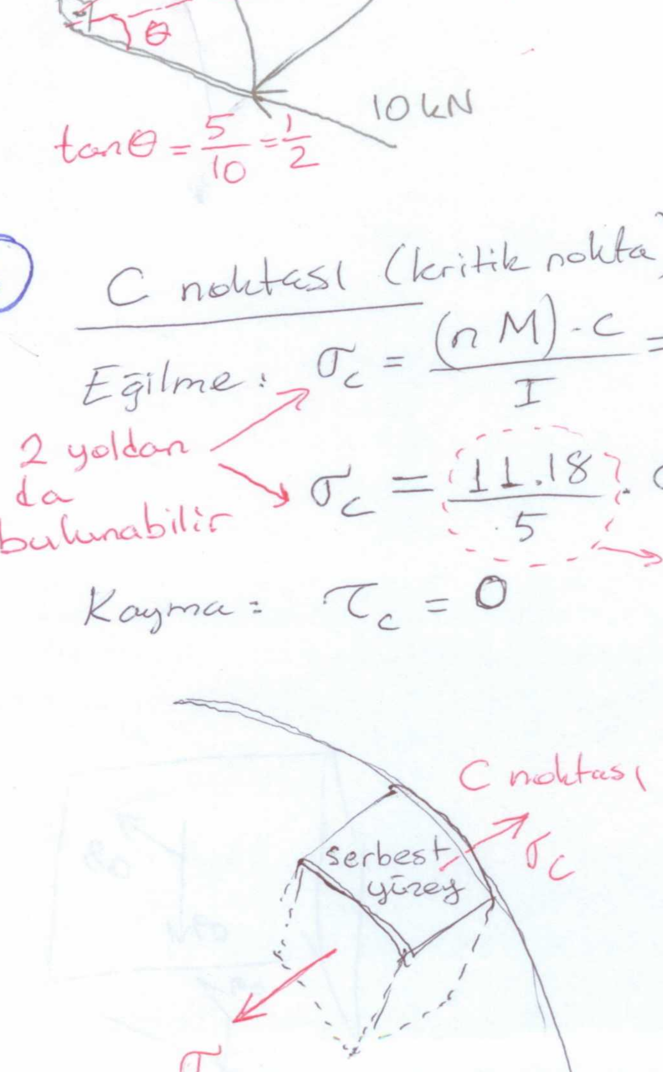
Eğilme: $\sigma_C = \frac{(nM)\cdot c}{I} = \frac{32\,(nM)}{\pi d^3} = \frac{32\,[n(11.180)0.1]}{\pi\,(20.10^{-3})^3}$

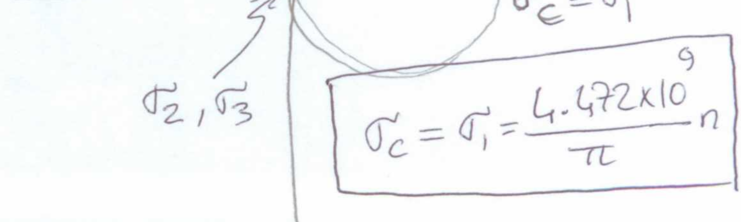
2 yoldan da bulunabilir

$\sigma_C = \frac{11.18}{5}\cdot\sigma_A = 2.236\,\sigma_A = \frac{4.472\times10^9}{\pi}\,n$

kuvvetlerin oranı

Kayma: $\tau_C = 0$





$$\boxed{\sigma_C = \sigma_1 = \frac{4.472\times10^9}{\pi}\,n}$$

ⓔ En emniyetli olan teori, emniyet katsayısının en düşük çıkacağı teoridir. Malzeme sünek olduğundan soruda verilen teorilerden Coulomb-Mohr teorisi uygulanamaz. Geriye kalan iki teoriden de aynı emniyet katsayısı çıkar: (tek eksenli gerilme durumu, C noktasında olduğundan)
Verilen denklemde yerine koyarsak

MKG [Maksimum Kayma Gerilmesi]

$$\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}=\frac{S_y}{2} \quad \star$$

$$\sigma_1 = S_y$$

d şıkkındaki cevaptan σ_1'i yazarsak $\longrightarrow$ $\frac{4.472\times10^9}{\pi} n = 1.4\times10^9$

$$n = \frac{1.4\,\pi}{4.472}$$

C'de akma başlar! $\longrightarrow$ $\boxed{n = 0.98}$

Şayet B noktasını kritik olarak almış olsaydık; B'deki kayma stresleri eğilme kaynaklı normal streslerin altmışta biri olduğundan dolayı ihmal edilirse, emniyet katsayısı oranından oranı eğilmeye yol açan kuvvetlerin oranının tersine eşit olacaktır:

$$\frac{n_B}{n_C} = \frac{11.180}{10} \Longrightarrow \boxed{n_B = 1.16} \longrightarrow \text{B noktası emniyetli}$$

★ Biz soruyu çözerken emniyet katsayılarını kuvvetlerin/yüklerin yanında taşıdığımızdan dolayı denklemin sağ tarafındaki emniyet katsayısını yazmadık. Bizim emniyet katsayımız zaten stres ifadeleri içinde sol tarafta yer almakta.

e- devam

B noktasındaki emniyet katsayısı birden büyük olduğundan dolayı o bölge hasara uğramazken; C noktasındaki emniyet katsayısı birden küçük çıktığından dolayı C noktası ve yakın civarında akma başlayacaktır.

Bu sorunun çözümü göstermektedir ki:

"Kritik noktanın seçimi kritiktir!"

Y. F. Güven