

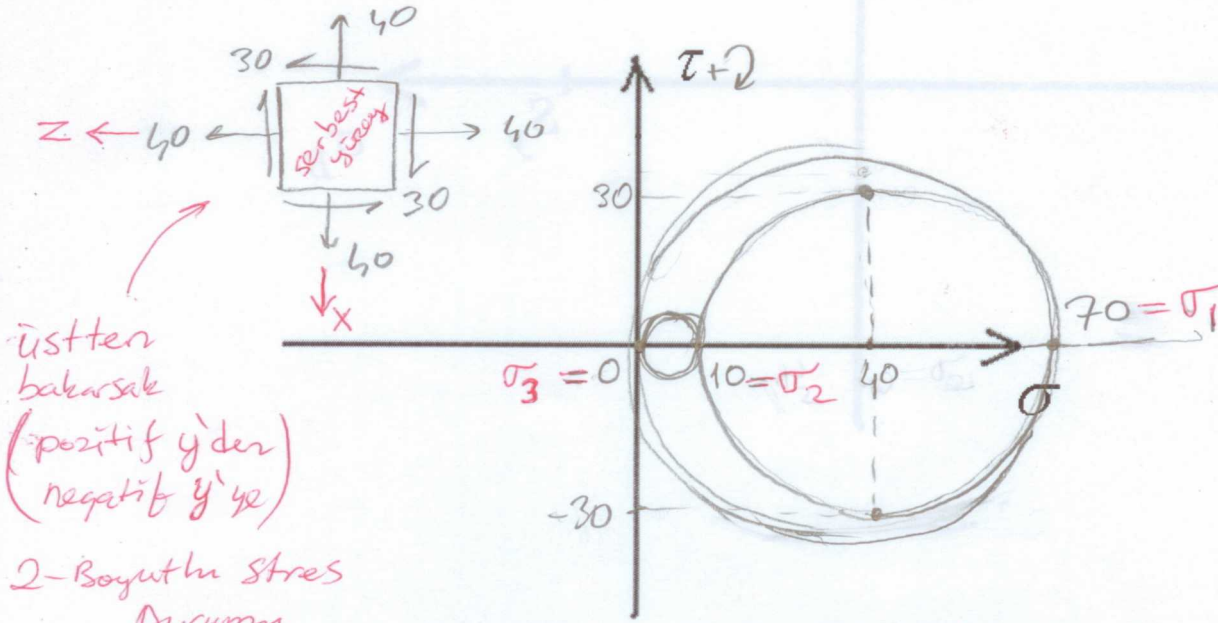
1. Şekildeki küp bir noktadaki gerilme durumunu temsilen çizilmiştir. Farklı yüzeylerdeki yüzey gerilme vektörü bileşenleri oklarla gösterilmiştir. Yüzeye yatay oklar kayma dikey olanlarsa normal gerilme bileşenlerini göstermektedir. Gerilme bileşenleri değerleri ilgili okun yanındaki çemberin içinde gösterilmiş olup küpün görülmeyen yüzeylerinde de görünenleri dengeleyici tarzda gerilmeler mevcuttur. Bu gerilme durumu için

- Maksimum Kayma Gerilmesi (Tresca)
- Kayma Enerjisi (von Mises)

Teorilerine göre "gerilmelerle yüklemeler arasında lineer bir ilişki" olduğunu varsayarak

emniyet katsayısını geometrik ya da analitik geometrik yolla bulunuz. Malzemenin akma dayanımının $S_y = 350 \text{ MPa}$ olduğunu varsayınız.

Soruyu çözerken önce asal gerilmeleri Mohr Çemberi çizerek hesaplayınız.



(Bütün yüzeyde bileşenler sıfır olduğundan dolayı soru üstünde 2-boyutlu gerilme analiziyle sözülebilmekte; dikkat edilmesi gereken husus üçüncü asal gerilmenin sıfır olduğunun görülmesidir.)

Asal Gerilmeler (ilgili yüzeydeki kayma gerilmelerinin sıfır olduğundaki normal gerilme değerleri)

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 70 \\ \sigma_2 &= 10 \\ \sigma_3 &= 0 \end{aligned} \quad [\text{MPa}]$$

Formüller → Shigley&Mischke, Mechanical Engineering Design, 5th ed., 1989, McGraw-Hill.

Teknik resimler → SolidWorks2007

Grafik çizimleri → MS Paint

Yazılar → MS Word2007

Yrd. Doç. Dr. M. A. Güler ve L. Sözen'in katkılarıyla hazırlanmıştır.

Ardından aşağıdaki grafiğe hasar teorileri çizgilerini yerleştirdikten sonra gerilme durumunu grafikte ilgili dördüle(kuadranta) nokta olarak yerleştiriniz. Orijinle gerilme durumunu temsil eden noktayı birleştirerek yüklemeye doğrusunu elde ediniz ve Thales teoremini (veya benzer üçgenler) kullanarak emniyet katsayılarını her bir teori için bulunuz.

Maksimum Kayma Gerilmesi Çizgisi $\rightarrow \sigma_A = S_y$ veya $\sigma_B = S_y$

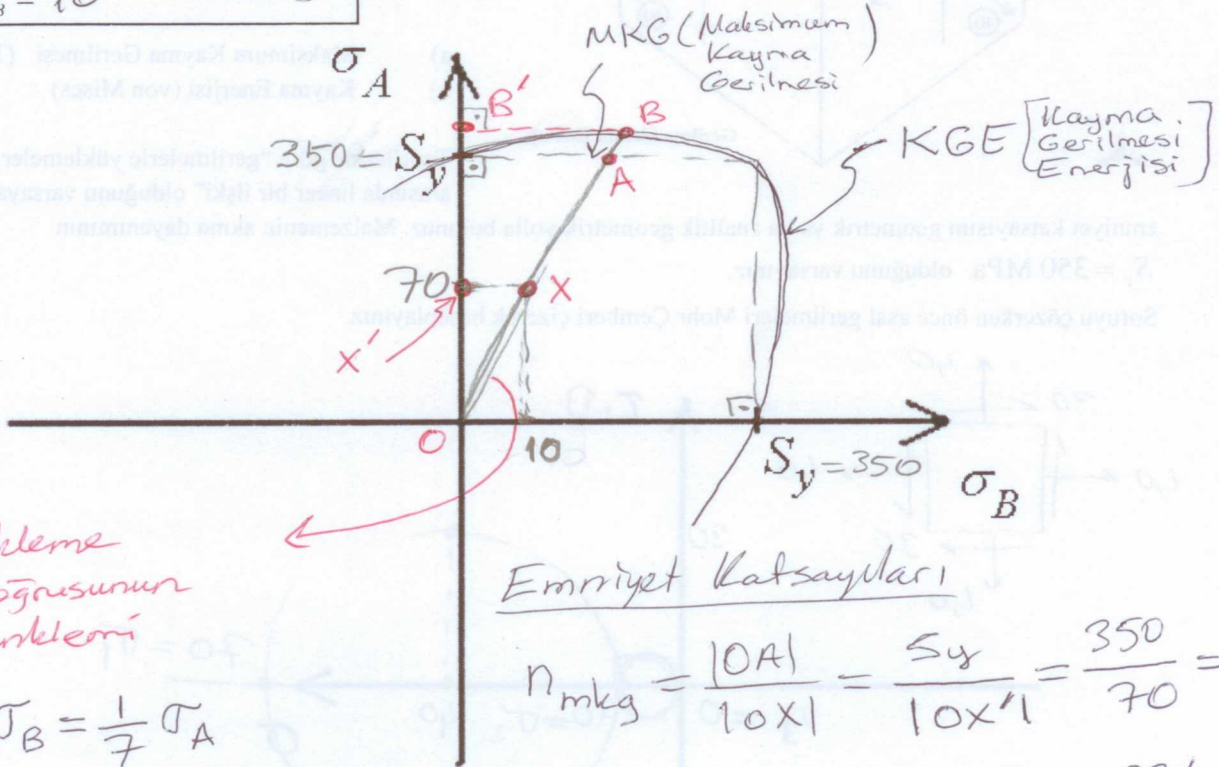
Maksimum Kayma Enerjisi Çizgisi $\rightarrow \sqrt{\sigma_A^2 - \sigma_A \sigma_B + \sigma_B^2} = S_y$

$$\sigma_A = 70$$

$$\sigma_B = 10$$

[MPa]

\rightarrow Sıfırdan farklı olan gerilme değerleri



Yüklemeye
Doğrusunun
Denklemini

$$\sigma_B = \frac{1}{7} \sigma_A$$

$|OB'|$ uzunluğunu;

KGE hasar çizgisi için verilen denklemde yüklemeye doğrusundaki elde ettiğimiz σ_B 'yi yerine koyup σ_A 'nın değerini bularak hesaplayabiliriz:

$$\sigma_A^2 - \frac{1}{7} \sigma_A^2 + \frac{1}{49} \sigma_A^2 = 350^2 \Rightarrow (1 - \frac{1}{7} + \frac{1}{49}) \sigma_A^2 = 350^2$$

$$\sigma_A^2 = \frac{49}{43} 350^2$$

$$\sigma_A = 7.350 \frac{1}{\sqrt{43}}$$

Emniyet katsayıları=

Maksimum Kayma Gerilmesi $\rightarrow n_{mkg} = 5$
Kayma Gerilmesi Enerji $\rightarrow n_{kge} = 5.4$

MPa
 $\sigma_A = 373.6$
 $\sigma_A = \sigma_{B'}$

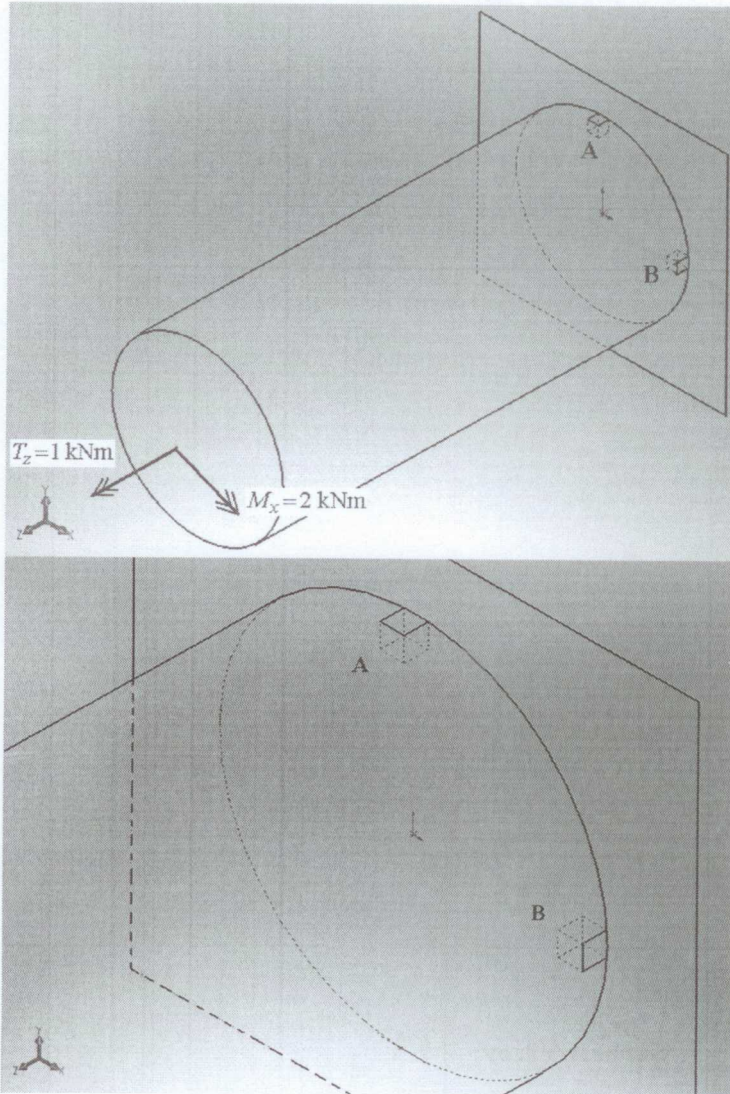
Formüller \rightarrow Shigley&Mischke, Mechanical Engineering Design, 5th ed., 1989, McGraw-Hill.

Teknik resimler \rightarrow SolidWorks2007

Grafik çizimleri \rightarrow MS Paint

Yazılar \rightarrow MS Word2007

Yrd. Doç. Dr. M. A. Güler ve L. Sözen'in katkılarıyla hazırlanmıştır.



2. Şekilde verilen $\varnothing 20$ mm çaplı silindirik kiriş gösterilecek yönlere 1 kNm büyüklüğünde burma (tork) ve 2 kNm büyüklüğünde bir eğilme (moment) yüküne maruz kalmaktadır. Bu yükleme şartları altında :

- A ve B noktalarında oluşacak gerilme durumunu o noktalarda büyütülerek çizilmiş ve gerilme durumunu temsil eden küplerin yüzeylerine gerilme bileşenlerini takip eden sayfadaki şekiller üzerine çizerek gösteriniz.
- A ve B noktasındaki gerilme bileşenlerinin değerini hesaplayınız.
- Silindir üzerindeki hangi nokta mukavemet açısından daha kritiktir.
- Belirlediğiniz kritik noktadaki asal gerilmeleri Mohr çemberi kullanarak bulunuz.
- Kritik nokta için Malzemenin akma mukavemeti

$$S_{yt} = |S_{yc}| = 350 \text{ MPa},$$

$S_{ut} = 420 \text{ MPa}$ ve kendisi sünek kabul edildiğinde;

Bu yükleme şartları altında en emniyetli emniyet katsayısı nedir (bilinen hasar teorilerine göre en emniyetli teoriyi uygulayınız)?

$$\sigma_{eğilme} = \frac{Mc}{I}, \quad I = \frac{\pi d^4}{64};$$

$$\tau_{burma} = \frac{Tc}{J}, \quad J = \frac{\pi d^4}{32}.$$

$$\text{Maksimum Kayma Gerilmesi} \rightarrow \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{S_y}{2n}$$

$$\text{Maksimum Kayma Enerjisi} \rightarrow \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} = \frac{S_y}{n}$$

$$\text{Coulomb-Mohr} \rightarrow \begin{cases} \sigma_A = \frac{S_{ut}}{n}, \text{ Birinci dördülde;} \\ \frac{\sigma_A}{S_{ut}} - \frac{\sigma_B}{S_{uc}} = \frac{1}{n}, \text{ Dördüncü dördülde, } S_{uc} : \text{pozitif, } \sigma_B \leq \sigma_A. \end{cases}$$

Formüller \rightarrow Shigley&Mischke, Mechanical Engineering Design, 5th ed., 1989, McGraw-Hill.

Teknik resimler \rightarrow SolidWorks2007

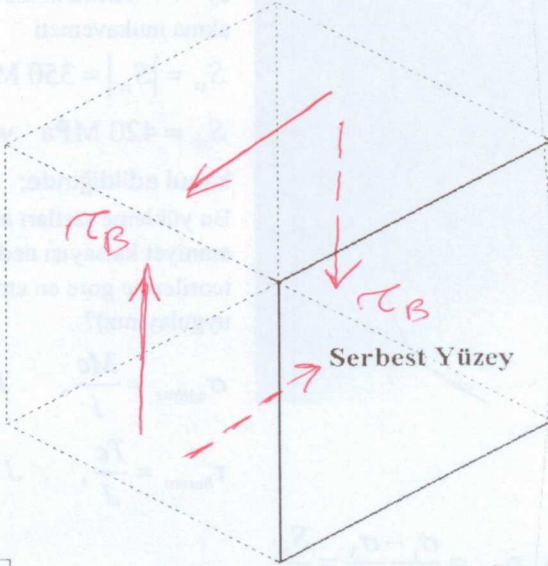
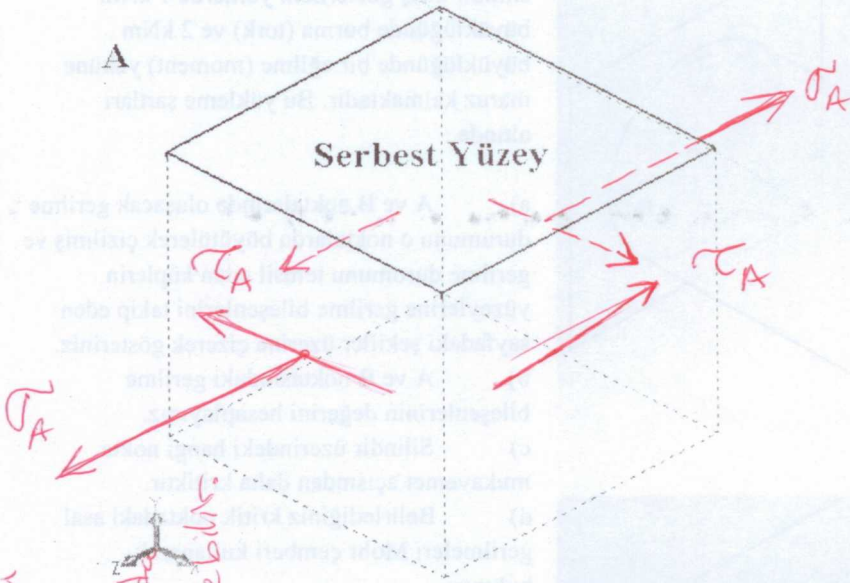
Gratik çizgileri \rightarrow MS Paint

Yazılar \rightarrow MS Word2007

Yrd. Doç. Dr. M. A. Güler ve L. Sözen'in katkılarıyla hazırlanmıştır.

a)

b)



A Noktası

$$\begin{aligned} \text{Eğilme: } \sigma_A &= \frac{(nM) \cdot c}{I}, c = \frac{d}{2} \\ &= \frac{32(nM)}{\pi d^3} \\ &= \frac{32 [n \cdot 2 \times 10^3]}{\pi (20 \cdot 10^{-3})^3} \\ \sigma_A &= \frac{8 \cdot 10^9 \cdot n}{\pi} \text{ [Pa]} \end{aligned}$$

$$\text{Burma Kayma: } \tau_A = \frac{Tc}{J}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{16(nT)}{\pi d^3} \\ &= \frac{16(n \cdot 1 \times 10^3)}{\pi (20 \cdot 10^{-3})^3} \end{aligned}$$

$$= \frac{\sigma_A}{4}$$

$$\tau_A = \frac{2 \cdot 10^9 \cdot n}{\pi} \text{ [Pa]}$$

B

B Noktası

Burma

$$\tau_B = \tau_A = \frac{2 \cdot 10^9 \cdot n}{\pi} \text{ [Pa]}$$

c)

Silindirik Kiriş ~~taamında~~ ^{içindeki} her kesitte aynı stres dağılımı vardır. (b) şeklindeki stres değerlerine bakıldığında A noktasının daha kritik olduğunu görürüz.

Formüller → Shigley & Mischke, Mechanical Engineering Design, 5th ed., 1989, McGraw-Hill.

Teknik resimler → SolidWorks 2007

Grafik çizimleri → MS Paint

Yazılar → MS Word 2007

Yrd. Doç. Dr. M. A. Güler ve L. Sözen'in katkılarıyla hazırlanmıştır.

Dikkat: Serbest yüzeylerde stresler sıfırdır; olsa olsa ancak atmosfer basıncı olabilir veya rüzgârın bir ortamda rüzgârın kayma etkisi ki bunlarda mekanik yüklerin yanında ihmal edilebilir.

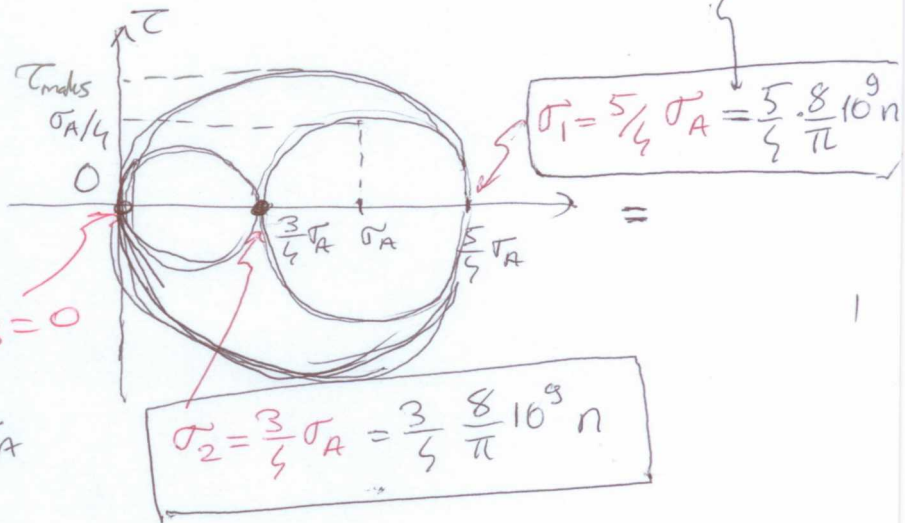
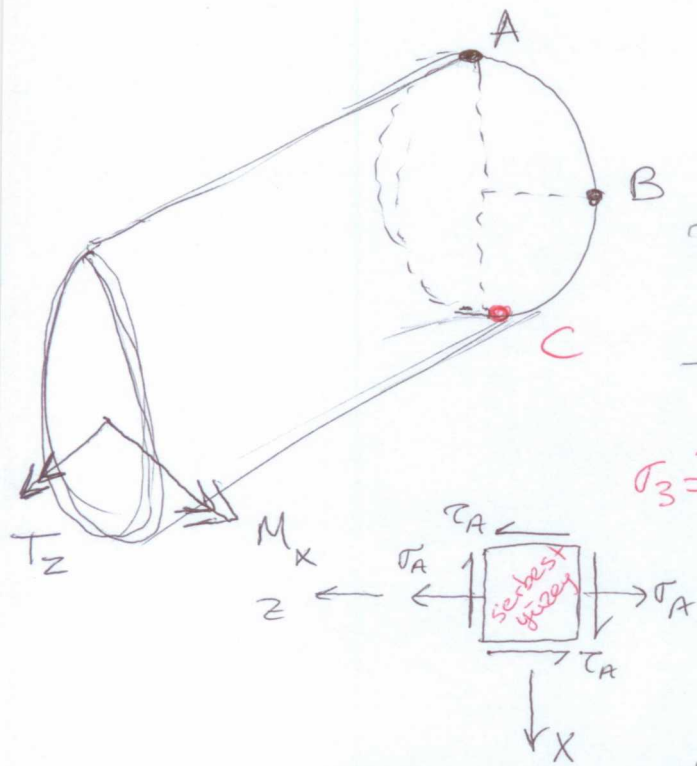
C- devam

Astunda kırıgıta inelenmesi gereken ikinci bir nokta daha vardır; o da A noktasının tam karşısına tekabül eden C noktasıdır. C noktasındaki tek fark A'da oluşan çekme kaynaklı normal gerilmeye karşın C'de aynı büyüklükte bir basma olacaktır. Soruda malzemenin basma ve çekme mukavemetleri birbirine eşit verildiğinden dolayı ($S_{yt} = |S_{yc}|$) Sadece A noktası için hasar analizi yapmamız yeterli olur. ***** Unutulmamalıdır ki basma mukavemeti çekme mukavemetinden zayıf olan bir malzeme için "C" noktası kritik nokta olarak seçilmeliydi.

(d) A veya C noktası Kritik:

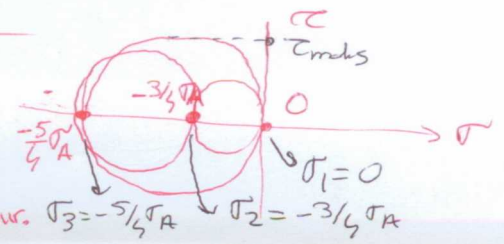
A'ye Düşünürsek

b şıklıındaki sonuçları



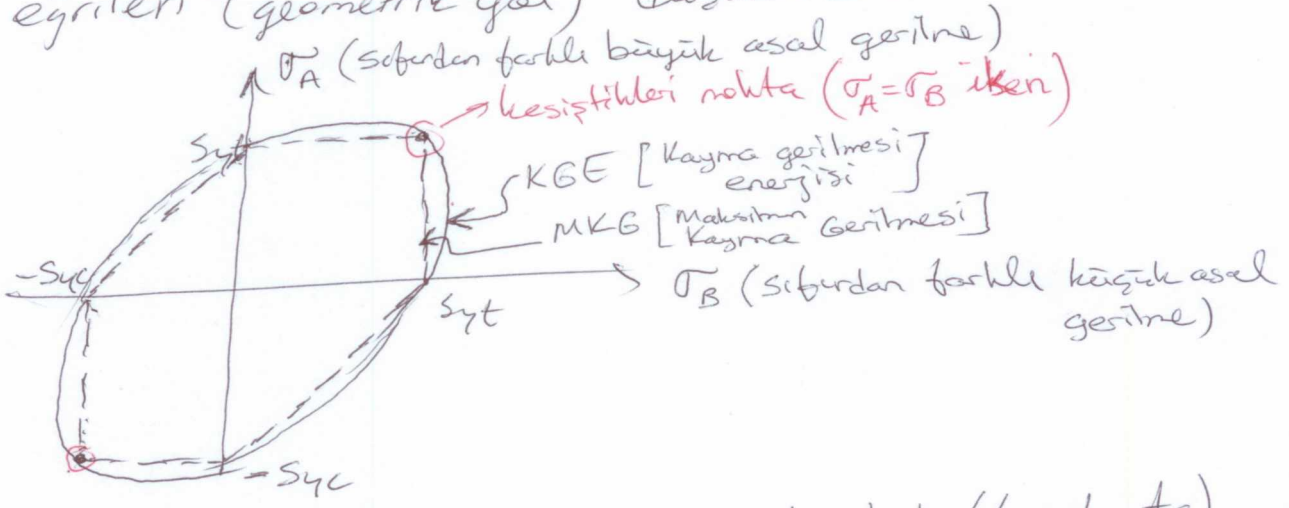
2-Boyutlu stres durumu
A noktasına üstten bakarsak

***** "C" noktası için Mohr çemberi çizilirse ilk başta maksimum kayma gerilmesi τ_{max} değerinin "A" dakiyle aynı olduğunu, ardından Maksimum Kayma enerjisi denleminde σ_1, σ_2 ve σ_3 'ü yerleştirecek "A" dakiyle aynı "N" bulunur.



e)

En emniyetli olan teori emniyet katsayısının, n, en düşük olacağı teoridir. Teorilerle ilgili eğrileri* (geometrik yol) düşünersek:



Malzemenin sünek olarak verildiği için bu teorileri uygulayabiliriz

Bizim ~~yükler~~ stres durumu birinci dördüğe (kuadranta) düşüğe düşmektedir. Emniyet katsayısı MKG'de en düşük çıkar. MKG'de emniyet katsayısı "n"yi bulursak

$$\tau_{maks} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{S_{yt}^{**}}{2}$$

d şiklerinde bulduğumuz değerleri koyarsak:

$$\tau_{maks} = \frac{\frac{5}{8} \sigma_A - 0}{2} = \frac{5}{8} \sigma_A = \frac{S_{yt}}{2}$$

$$\frac{5}{8} \left(\frac{8}{\pi} 10^9 \cdot n \right) = \frac{S_{yt}}{2}$$
$$n = \frac{S_{yt}}{10^{10}} \pi = \frac{350 \times 10^6}{10^{10}} \pi$$

Emniyet katsayısı, n, birden küçük çıktığından dolayı soruda verilen yüklemeler altında silindir kiriş çektir hasara uğramış olacaktır.

$$n = 0.11$$

$$\Leftarrow n = 0.035 \pi$$

* iki eksenli ~~yüklemeye~~ için (sorudaki durum çarpan gerilme durumu asal gerilmelerden birisi sıfır)

** Önceli hesaplamada emniyet katsayısını yüklerin

*** Soruyu önceden çözmediğim için yüklemeleri sadece sezgilerime dayanarak vermiştim. Ancak mantıksal düşünme girişin bu yüklemeleri taşıyamadığına söylüyor.

6/6

Y.F. Güher

Bu soru ve çözümünden benim sıkardığım ders:

"Serzilerimizle oluşmuş yorgular/kararlar* mantıksal ispat yöntemlerinin kullanıldığı analitik düşünme sürecinden geçirilmeli!"

Aksi takdirde bu sorunun başında serzisel olarak yükleri taşıyabileceğini düşündüğüm giriş üretilip kullanılabilir ve sonu hasar ve pürüzan olabilir. Sadece serzilerin olduğu yerde ancak deneme-yanılma yöntemi başarılı olabilir diye düşünüyorum. "Mühendisliğin (gerçek mühendisliğin) farkının" analitik düşünme" ve bu süreçteki mantıksal ispat yöntemlerinde olduğu; sadece serzilerimizle ulaştıklarımızın uygulamaya geçmeden önce en azından denenmesi gerektiği, unutulmamalı!

Y. f. Güner

* Serzilerimizin yönlendirdiği bu süreç "sentetik düşünme" süreci de denmektedir. Bu süreçte gözlem ve deneyler de yönlendirici olabilmektedir.